

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

« 17 » _____ Е.А. Журавлева
2025 г.



Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Математические методы управления

Направление подготовки 01.04.01 Математика
Магистерская программа –
Квалификация выпускника магистр
Форма обучения очная
Курс 2

Разработчик
доцент Скринникова А.В.
Заведующий кафедрой
фундаментальной математики
_____ Темникова С.В.
Протокол
от « 13 » _____ 2025 г. № 7

Луганск, 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Математические методы управления» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 12 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональная	
ПК-1.	ПК-1.1. Умеет математически корректно формулировать и решать основные профессиональные задачи на основе результатов научных исследований в области математики.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Системы управления и их уравнения. Принципы управления.	ПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 2. Линейное управление.	ПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 3. Нелинейное управление.	ПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 4. Адаптивное и робастное управление.	ПК-1	Выполнение практического задания, устный опрос
Промежуточная аттестация	ПК-1	Экзамен (письменный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК-1	знает принципы построения математических моделей, методы поиска экстремумов, методы динамического программирования, умеет применять базовый инструментальный методов оптимального управления для решения прикладных задач управления,

	владеет навыками построения математических моделей, применения методов поиска экстремумов, методов динамического программирования на практике
--	--

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов
4-й семестр	
Самостоятельное изучение материала	10
Выполнение практических работ	30
Домашняя контрольная работа	10
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	50

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво- рительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство	

		предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

- 1 Принцип построения систем адаптивного управления невозмущенными объектами
- 2 Принцип построения систем адаптивного и робастного управления возмущенными объектами
- 3 Адаптивное управление линейным многомерным объектом по состоянию
- 4 Робастное управление линейным многомерным объектом по состоянию
- 5 Особые оптимальные управления
- 6 Четеринг режимы
- 7 Скользящие оптимальные режимы
- 8 Постановка задач управления стохастическими системами
- 9 Метод динамического программирования
- 10 Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени
- 11 Программное решение задач динамического программирования
- 12 Нелинейное управление.
- 13 Методы управления в условиях запаздывания
- 14 Метод бэкстеппинга

- 15 Алгоритм идентификации частоты смещенного гармонического сигнала
- 16 Анализ устойчивости нелинейных систем методом функций Ляпунова
- 17 Алгоритм адаптации на основе стандартных моделей ошибок
- 18 Предиктор Смита
- 19 Подход построения редуцированных наблюдателей
20. Временные и частотные характеристики систем с параллельным соединением звеньев.
21. Встречно-параллельное соединение элементарных динамических звеньев.
22. Правила преобразования динамических характеристик в схемах с обратной связью.
23. Роль знака обратной связи.
24. Понятие устойчивости линейных динамических систем.
25. Алгебраический критерий устойчивости линейных динамических систем (критерий Гурвица).
26. Частотный критерий устойчивости линейных динамических систем (критерий Найквиста).
28. Основные типовые алгоритмы функционирования линейных автоматических регуляторов.
29. Динамические характеристики пропорционального регулятора (П-регулятор), пример системы с П-регулятором.
30. Динамические характеристики интегрального регулятора (И-регулятор).
31. Динамические характеристики линейных ПИ- и ПИД- регуляторов.
32. Определение области устойчивой работы регулятора в плоскости настроечных параметров.
33. Показатели запаса устойчивости и критерии качества регулирования, используемые при расчете настроечных параметров регулятора и анализе переходных процессов.
34. Корневой показатель запаса устойчивости (степень колебательности). Понятие о расширенных частотных характеристиках.
35. Первый и второй методы Ляпунова.
36. Понятие обратной связи.
37. Расчет линии заданного запаса устойчивости в плоскости параметров ПИ-регулятора.
38. Сформулируйте, как провести анализ устойчивости по корням характеристического уравнения.
39. Приведите пример системы с П-регулятором.

Практические домашние задания:

1. Даны уравнения состояния системы $\dot{x}_1 = x_2(t)$, $\dot{x}_2 = -2x_1(t) - 3x_2(t) + 2$, $x_1(0) = x_2(0) = 0$. Найти решение уравнений состояния, записать выражение для переходной матрицы.

2. Заданы уравнения системы управления

$$\dot{X} = AX + BU,$$

$$Y = CX + DU.$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Нарисовать структурную схему системы управления.

3. Задано уравнение системы управления

$$\dot{X} = AX + BU, \quad Y = CX.$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить управляемость и наблюдаемость системы.

4. Найти функцию, удовлетворяющую граничным условиям: при $t = 0$ $x = 0$, при

$t = 1$ $x(1) = 1$ и минимизирующую функционал $J = \int_0^1 \frac{1}{\dot{x}(t)} dt$.

5. Определить линейное оптимальное управление для системы

$$\dot{x}_2 = x_2(t),$$

$$\dot{x}_2 = -x_2(t) + U,$$

принимая во внимание показатель качества $J = \int_0^\infty \left(x_1^2(t) + x_2^2(t) + \frac{1}{9} U(t)^2 \right) dt$

и граничные условия $x(0) = x_0$, $x(\infty) = 0$.

6. Письменный анализ и рецензирование научной статьи или автореферата диссертации с целью ознакомления с научными задачами, решаемыми средствами компьютерного моделирования.

7. Исследовать управляемость, наблюдаемость и устойчивость системы

$$\begin{cases} x_1' = x_2 - u, \\ x_2' = 5x_1 + 2x_3 + u, \\ x_3' = -2x_1 - 2x_3 - u, \\ y = -2x_1 + x_2 \end{cases}$$

8. Исследовать устойчивость системы, описываемой дифференциальным уравнением $x''' + 2x'' + 3x' + 4x = u$.

9. При каких значениях параметра a система, описываемая дифференциальным уравнением $x'''' + 4x''' + 2x'' + 3x' + ax = u$, устойчива?

10. При каких значениях параметра a система устойчива?

$$\begin{cases} x_1' = -ax_1 + u_1, \\ x_2' = (a - 2)x_3 + u_1 + u_2, \\ x_3' = -x_2 - 2ax_3 - u_2, \end{cases}$$

11. Поведение объекта управления описывается уравнением $x' = u$, $x(0) = 0$. Критерий

оптимальности $I = \int_0^1 (x^2 + u^2) dt \Rightarrow \min$. Найти оптимальное управление и траекторию

движения из начального состояния в конечное $x(1) = 0.5$ вариационным методом.

12. Поведение объекта управления описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = 0, \quad x_1(T) = 0, \quad x_2(T) = 0, \quad T = 1.$$

Критерий оптимальности $I = \int_0^T u^2 dt \Rightarrow \min$. Найти оптимальное управление и

траекторию движения вариационным методом.

13. Поведение объекта управления описывается уравнением $x' = u$, $x(0) = 3\sqrt{2}$.

Критерий оптимальности $I = \frac{1}{2} \int_0^{t_1} u^2 dt + \frac{1}{2} (t_1 - 1) + \frac{1}{2} x^2(t_1) \Rightarrow \min$. Найти t_1 ,

оптимальное управление и траекторию движения вариационным методом.

14. Поведение объекта управления описывается

уравнениями $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = u$, $x_1(1) + x_2(1) = \frac{19}{6}$. Критерий оптимальности

$$I = \int_0^1 u^2 dt - \frac{1}{2} x_1^2(0) + \frac{1}{2} x_2^2(1) \Rightarrow \min. \text{ Найти оптимальное управление и траекторию}$$

движения вариационным методом.

15. Поведение объекта управления описывается уравнением $x' = u$, $x(0) = 0$. Критерий

$$\text{оптимальности } I = \int_0^1 (x^2 + u^2) dt \Rightarrow \min. \text{ Найти оптимальное управление и траекторию}$$

движения из начального состояния в конечное $x(1) = 0.5$ с помощью принципа максимума Понтрягина.

16. Поведение объекта управления описывается уравнением $x' = x + u$, $x(0) = 0$.

$$\text{Критерий оптимальности } I = \int_0^1 u^2 dt - x(1) \Rightarrow \min. \text{ Найти оптимальное управление и}$$

траекторию движения, используя принцип максимума Понтрягина.

17. Поведение объекта управления описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1 + u, \quad x_1(0) = 2, \quad x_2(0) = -\frac{3}{2}, \quad x_1(1) = \frac{e}{2}, \quad x_2(1) = -e^{-1}, \quad .$$

$$\text{Критерий оптимальности } I = \int_0^1 u^2 dt \Rightarrow \min. \text{ Найти оптимальное управление и}$$

траекторию движения с помощью принципа максимума Понтрягина.

18. Поведение объекта управления описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad x_1(0) + x_1(1) = 0, \quad x_2(0) + x_2(1) = 0, \quad . \text{ Критерий}$$

$$\text{оптимальности } I = \int_0^1 x_1 dt \Rightarrow \min. \text{ Найти оптимальное управление и траекторию}$$

движения с помощью принципа максимума Понтрягина.

19. Поведение объекта управления описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = -x_1 + u, \quad x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \quad |u| \leq 1. \quad \text{Критерий оптимальности}$$

$$I = x_2(2\pi) \Rightarrow \min. \text{ Найти оптимальное управление и траекторию движения с помощью}$$

принципа максимума Понтрягина.

$$20. \text{ Задана модель объекта } x' = x + u \text{ и функционал } I = \int_0^1 u^2 dt \Rightarrow \min. \text{ Найти}$$

оптимальное управление вариационным методом.

Комплекты дидактических материалов к проведению практических работ

Практическая работа №1. Принцип построения систем адаптивного управления невозмущенными объектами

Цель работы: освоение принципов построения систем адаптивного управления на примере задачи слежения выхода скалярного объекта за эталонным сигналом.

Практическая работа №2. Принцип построения систем адаптивного и робастного управления возмущенными объектами

Цель работы: освоение принципов построения систем адаптивного и робастного управления на примере задачи слежения выхода скалярного объекта за эталонным сигналом.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с анализом устойчивости нелинейных систем методом функций Ляпунова.

Практическая работа № 3. Адаптивное управление линейным многомерным объектом по состоянию.

Цель работы: освоение принципов построения адаптивной системы управления многомерным объектом.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с принципом построения алгоритмов адаптации на основе стандартной модели ошибки с измеряемым состоянием.

Практическая работа № 4. Робастное управление линейным многомерным объектом по состоянию.

Цель работы: освоение принципов построения робастной системы управления многомерным объектом на основе метода функций Ляпунова.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с принципом построения алгоритмов робастного управления на основе стандартной модели ошибки с измеряемым состоянием.

Практическая работа №5. Параметризация модели объекта управления (способ №1)

Цель работы: освоение способа параметрического представления выходной переменной и вектора состояния линейной модели объекта.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с параметризованным представлением линейных моделей “вход-состояние-выход” и построить схему моделирования параметризованного объекта.

Практическая работа №6. Синтез адаптивного наблюдателя состояния линейного объекта

Цель работы: освоение процедуры синтеза адаптивного наблюдателя линейного объекта.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с принципом параметризованного представления вектора состояния линейного объекта (см. пр. работу №5) и построением алгоритмов адаптации на основе стандартных моделей ошибок.

Практическая работа №7. Параметризация модели объекта управления (способ 2). Адаптивное управление объектом по выходу.

Цель работы: освоение альтернативного способа параметрического представления выходной переменной и освоение метода синтеза адаптивного управления по выходу.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с принципом параметрического представления вектора состояния линейного объекта.

Практическая работа № 8. Адаптивное управление линейным объектом по выходу на основе алгоритма с расширенной ошибкой

Цель работы: освоение метода расширенной ошибки в задачах адаптивного управления по выходу.

Практическая работа №9. Адаптивное управление линейным объектом по выходу на основе алгоритма с расширенной ошибкой.

Цель работы: освоение метода расширенной ошибки в задачах адаптивного управления по выходу.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с методом расширенной ошибки и его применением в задачах адаптивного управления

линейными объектами. Практическая работа основана на результатах работы №7 и является ее логическим продолжением. Практическая работа рассчитана на 4 часа.

Практическая работа № 10. Синтез наблюдателя состояния модели генератора внешнего воздействия

Цель работы: освоение процедуры синтеза наблюдателя состояния модели генератора внешнего воздействия на основе принципа параметризации.

Методические рекомендации. До начала работы студенты должны ознакомиться с подходом построения редуцированных наблюдателей и принципом параметризации выходной переменной линейного объекта (см. пр. работу №5).

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

- 1 Сформулируйте фундаментальные принципы методов управления.
- 2 Наблюдаемость систем.
- 3 Адаптивное управление линейным многомерным объектом по состоянию
- 4 Робастное управление линейным многомерным объектом по состоянию
- 5 Особые оптимальные управления
- 6 Назовите родоначальника математической теории управления
- 7 Уравнение Беллмана
- 8 Принцип Понтрягина
- 9 Метод динамического программирования
- 10 Управляемость систем
- 11 Программное решение задач динамического программирования
- 12 Нелинейное управление.
- 13 Методы управления в условиях запаздывания
- 14 Метод бэкстеппинга
- 15 Алгоритм идентификации частоты смещенного гармонического сигнала
- 16 Анализ устойчивости нелинейных систем методом функций Ляпунова
- 17 Алгоритм адаптации на основе стандартных моделей ошибок
- 18 Предиктор Смита
- 19 Подход построения редуцированных наблюдателей
- 20 Временные и частотные характеристики систем с параллельным соединением звеньев.
- 21 Встречно-параллельное соединение элементарных динамических звеньев. Понятие обратной связи.
- 22 Определение области устойчивой работы регулятора в плоскости настроечных параметров.
- 23 Первый и второй методы Ляпунова.
- 24 Динамические характеристики пропорционального регулятора (П-регулятор), пример системы с П-регулятором.
- 25 Динамические характеристики интегрального регулятора (И-регулятор).
- 26 Динамические характеристики линейных ПИ- и ПИД- регуляторов.
- 27 Задача слежения выхода скалярного объекта за эталонным сигналом
- 28 Принцип параметризации выходной переменной линейного объекта
- 29 Адаптивное управление объектом по выходу.
- 30 Принципы построения робастной системы управления многомерным объектом.
- 31 Изложите алгоритм адаптивного робастного управления.